

**ECOLE POLYTECHNIQUE – CYCLE POLYTECHNICIEN
EPREUVES D'ADMISSION – ETUDIANTS INTERNATIONAUX**

**Contenu recommandé des connaissances
en sciences mathématiques**

Le contenu des connaissances recommandé en sciences mathématiques pour les candidats au concours d'admission par la Voie 2 « Filière universitaire – Candidats internationaux » est détaillé ci-dessous

Ce document a été rédigé pour donner une indication aux candidats des connaissances sur lesquelles ils sont susceptibles d'être interrogés. Mais l'Ecole Polytechnique se réserve la possibilité de tester les connaissances d'un candidat sur d'autres champs des sciences mathématiques, enseignés en licence de mathématiques, que ceux listés dans ce document

Une bonne maîtrise des mathématiques et des sciences physiques est indispensable pour la réussite des études à l'Ecole Polytechnique.

1 - ALGEBRE

1.1 Théorie des ensembles

Opérations sur les ensembles, fonctions caractéristiques.
Applications, injectivité, surjectivité, bijectivité.
Image directe, image réciproque d'un ensemble par une application.
Nombres entiers naturels, ensembles finis, dénombrement.

1.2 Nombres et structures usuelles

Lois de composition; groupes, anneaux, corps.
Relations d'équivalence, structures quotient
Nombres réels, nombres complexes, exponentielle complexe.
Applications à la géométrie plane
Polynômes, relations entre les coefficients et les racines.
Arithmétique élémentaire (dans $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$).

1.3 Espaces vectoriels de dimension finie (*)

Familles libres, familles génératrices, bases, dimension
Déterminant de n vecteurs; caractérisation des bases.
Matrices, opérations sur les matrices.
Déterminant d'une matrice carrée; développement par rapport à une ligne ou une colonne; rang, cofacteurs.
Applications linéaires, matrices associées.
Endomorphismes, trace, déterminant, rang d'un endomorphisme.
Systèmes d'équations linéaires.

1.4 Réduction des endomorphismes

Sous-espaces stables

Valeurs propres, vecteurs propres d'un endomorphisme ou d'une matrice carrée; matrices semblables; interprétation géométrique

Polynôme caractéristique, théorème de Cayley-Hamilton.

Réduction d'un endomorphisme en dimension finie; endomorphismes diagonalisables.

1.5 Espaces euclidiens, géométrie euclidienne

Produit scalaire; inégalité de Cauchy-Schwarz; norme et distance associées.

Espaces euclidiens de dimension finie, bases orthonormales; projections orthogonales.

Groupe orthogonal $O(E)$; symétries orthogonales

Matrices orthogonales; diagonalisation des matrices symétriques réelles.

Propriétés des endomorphismes orthogonaux de \mathbf{R}^2 et \mathbf{R}^3 .

(*) Dans certains pays l'algèbre linéaire s'étudie exclusivement dans \mathbf{R}^k ou \mathbf{C}^k ; nous conseillons vivement aux candidats concernés de se familiariser avec la théorie des espaces vectoriels abstraits.

2 - ANALYSE ET GEOMETRIE DIFFERENTIELLE

2.1 Topologie dans les espaces vectoriels normés de dimension finie

Parties ouvertes, fermées, point adhérent, point intérieur.

Suites convergentes d'éléments d'un espace vectoriel normé, applications continues.

Parties compactes; image par une application continue d'une partie compacte, existence d'extrema.

Equivalence des normes

2.2 Fonctions à valeurs réelles ou complexes définies sur un intervalle

Dérivée en un point; applications de classe C^1 , de classe C^k

Inégalité des accroissements finis; formule de Taylor

Dérivation de la limite d'une suite de fonctions.

Primitive d'une fonction continue.

Fonctions usuelles (exponentielle, logarithme, fonctions trigonométriques, fractions rationnelles).

Suites et séries de fonctions, convergence simple, convergence uniforme.

2.3 Intégration sur un intervalle

Intégrale des fonctions continues par morceaux.

Théorème fondamental du calcul intégral (exprimant l'intégrale d'une fonction en terme de sa primitive).

Intégration par parties, changement de variable, intégrales dépendant d'un paramètre.

Continuité sous le signe \int , dérivation sous le signe \int .

Inégalité de Cauchy-Schwarz.

2.4 Séries de nombres, séries entières

Séries de nombres réels ou complexes, convergence simple, convergence absolue.

Comparaison entre une série et une intégrale, produit de deux séries absolument convergentes.

Séries entières, rayon de convergence; fonction développable en série entière sur un intervalle.

Développement en série de Taylor de e^t , de $\sin(t)$, de $\cos(t)$, développement de $\ln(1+t)$, de $(1+t)^a$ où a est réel

2.5 Equations différentielles

Equations linéaires scalaires d'ordre 1 ou 2, systèmes fondamentaux de solutions.

Systèmes linéaires à coefficients constants.

Méthode de la variation des constantes.

Notions sur les équations différentielles non linéaires.

2.6 Fonctions de plusieurs variables réelles

Dérivées partielles, différentielle.

Règle de dérivation des fonctions composées.

Applications différentiables de classe C^1 , théorème de Schwarz pour les fonctions de classe C^2 .

Difféomorphismes de classe C^1 , théorème d'inversion locale.

Points critiques, points d'extrema locaux ou globaux.

Courbes planes, tangente, propriétés métriques de courbes planes (longueur d'un arc, courbure), coordonnées polaires.

Surfaces dans \mathbf{R}^3 , plan tangent à une surface définie par une équation cartésienne $F(x,y,z) = 0$.