

**LE PROBLÈME DE MINKOWSKI  
DANS LE CAS DES POLYTOPES  
XIE ZHIXIN**

Si on se donne des vecteurs  $\vec{n}_i$  pondérés par des longueurs  $a_i$  vérifiant la relation:

$$\sum_i a_i \vec{n}_i = 0,$$

peut-on construire un polygone avec les  $\vec{n}_i$  comme vecteurs normaux aux côtés et  $a_i$  leurs longueurs d'arêtes? Et auquel cas, ce polygone est-il unique? La réponse à cette question est positive et provient de la solution du problème de Minkowski en dimension 2. On peut donc généraliser ce problème à une dimension  $n$  quelconque en généralisant la notion du polygone au polytope et en introduisant la notion du volume mixte, ainsi qu'on peut considérer les  $\vec{n}_i$  dans  $\mathbb{R}^n$  comme les vecteurs normaux aux faces du polytope et interpréter les  $a_i$  par l'aire des hypersurfaces des faces. Cet outil puissant du volume mixte sera primordial dans la résolution du problème de Minkowski et donnera des résultats géométriques intéressants.